

Урок математики в 9-м классе по теме: "Прогрессии"

Цель: приобщить ребят к решению нестандартных задач, показать наиболее интересные способы решений.

Ход урока.

I. Вводная беседа.

Нестандартные – это задачи, для которых в курсе математики не имеется общих правил и понятий, определяющих точную программу их решения.

Универсального метода, позволяющего решить любую нестандартную задачу, нет, т.к. эти задачи в какой-то степени неповторимы.

В процессе решения задач коснемся спортивной темы. Покажем, как алгебраическими методами решить геометрическую задачу.

Дальнейшее изучение темы «Последовательности» будет в 10 классе, где познакомитесь с понятием предела, докажете его единственность, научитесь находить предел последовательности.

II. Повторение изученного ранее материала.

Мы говорим о различных способах задания последовательности.

Какие способы задания последовательности вы знаете?

а) формулой n -ого члена;

б) рекуррентно;

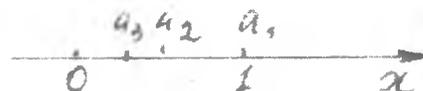
в) словесно.

Вопрос: Как геометрически изобразить последовательность?

Ученик: Т.к. последовательность – это функция, заданная на множество натуральных чисел, то изобразим график этой функции.



б) Точки числовой оси.



III. Математический диктант (используется копирка).

1. Конечна или бесконечна последовательность чисел.

I в.

кратных числу 150

(Ответ: бесконечна).

II в.

делителей числа 150

(Ответ: конечна).

2. Последовательность задана рекуррентной формулой

I в.

$$a_{n+1} = a_n - 4, a_1 = 5$$

Найти: a_2

(Ответ: $a_2 = 1$)

II в.

$$a_{n+1} = 5 + a_n, a_1 = 5$$

Найти: a_2

(Ответ: $a_2 = 10$)

3. Является ли членом последовательности

I в.

$$a_n = 2^n$$

число 5341 (Ответ: нет)

II в.

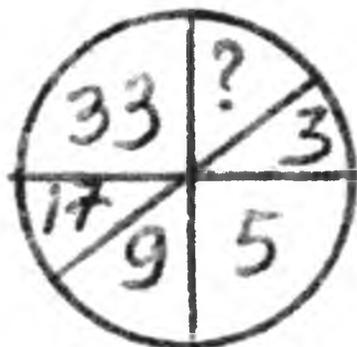
$$a_n = 3^n$$

число 1122

(Ответ: нет)

4. Чему равна сумма k -членов геометрической прогрессии, если знаменатель прогрессии равен 1?
(Ответ: не существует).

5. Какое число нужно вписать в пустой сектор? (Ответ: 65).



IV. Решение задач (по карточкам).

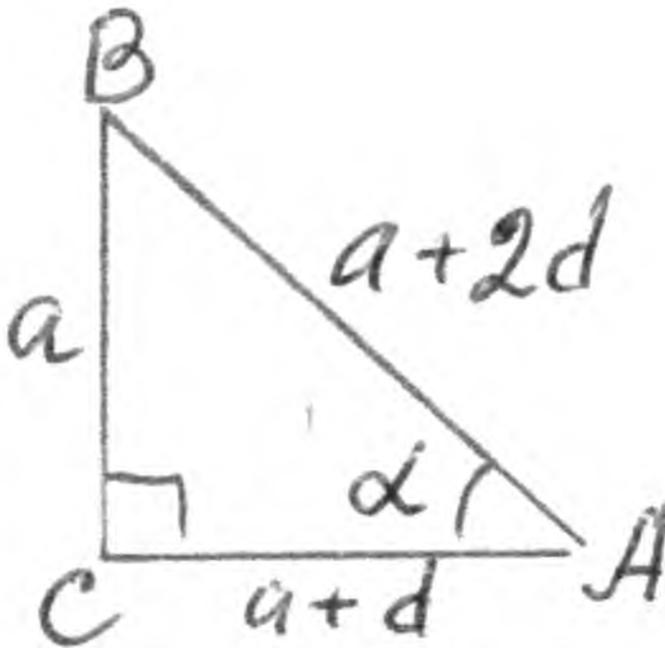
Каждый получает карточку с задачами. (Обдумывают, начинают решать самостоятельно.)

В это время ученица выходит к доске объяснить задачу, которая была предложена на дом.

Её способ решения был наиболее удачным.

Задача: Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найти углы треугольника.

Решение:



Пусть стороны треугольника равны $a, a+d, a+2d$. Согласно условию задачи, тогда

$$\sin \alpha = \frac{a}{a+2d}, \cos \alpha = \frac{a+d}{a+2d}$$

Т.к. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, то имеем

$$\frac{a^2}{(a+2d)^2} + \frac{(a+d)^2}{(a+2d)^2} = 1,$$

$$\frac{a^2 + a^2 + 2ad + d^2}{(a+2d)^2} = 1,$$

$$2a^2 + 2ad + d^2 = a^2 + 4ad + 4d^2,$$

$$a^2 - 2ad + (-3d^2) = 0.$$

Решим квадратное уравнение относительно a . $a_1 = 3d, a_2 = -d$.

Берем $a = 3d$, тогда $BC = 3d, AC = 4d$,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3d}{4d} = \frac{3}{4} \Rightarrow \text{находим } \operatorname{tg} \alpha = 0,7500$$

Решение задачи 1 (по карточке).

Ученик выходит к доске.

В соревнованиях по стрельбе за каждый промах в серии из 25 выстрелов стрелок получает штрафные очки: за первый промах – одно штрафное очко, а за каждый последующий – на 1/2 очка больше, чем за предыдущий. Сколько раз попал в цель стрелок, получивший 7 штрафных.

Решение:

1) составим последовательность, представляющую собой арифметическую прогрессию.

1, 1+1/2, 2, …, где $a_1=1, d=1/2, S_n=7$.

Найти: n – количество членов последовательности, а по условию задачи найти количество промахов.

$$S_n = \frac{2a_1 + 1/2 * (n+1) * n}{2} = 7,$$

$$(2a_1 + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}) * n = 14,$$

$$2n + \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n = 14,$$

$$n^2 + 3n - 28 = 0,$$

$$n_1 = -7, \quad n_2 = 4$$

2) $25 - n = 21$ (раз) Ответ: 21 раз.

Вопросы к задаче:

1. Можем ли мы сразу ответить на вопрос задачи?
2. Были ли промахи у стрелка?
3. Какова зависимость между промахами и штрафными очками?

Решение задачи 2 (по карточке).

Задание 2. Решить уравнение

$$(x^2 + x + 1) + (x^2 + 2x + 3) + (x^2 + 3x + 5) \dots (x^2 + 20x + 39) = 4500$$

Решение.

Предложили 2 способа решения.

I способ.

Слагаемые, стоящие в левой части уравнения, образуют арифметическую прогрессию с разностью $d=x+2$ $a_1 = (x^2 + x + 1)$,

$n = 20$ - число нечетных чисел в последовательности.

1, 2, 3, ... 39

$$S_{20} = (x^2 + x + 1) + (x^2 + 20x + 39) * 10$$

$$2x^2 + 21x + 40 = 450,$$

$$x_1 = 10; \quad x_2 = -20,5$$

Ответ: $x_1=10$; $x_2=-20,5$.

II способ.

$$1) S_1 = 20x^2$$

$$S_2 = x + 2x + 3x + \dots + 20x = (x + 20x) * 10$$

$$S_3 = (1+39)/2 * 20 = 400$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = 2x^2 + 21x - 410 = 0$$

$$2x^2 + 21x - 410 = 0$$

$$x_1=10; \quad x_2=-20,5$$

Ответ: $x_1=10$; $x_2=-20,5$.

Решение задачи 3 (по карточке).

Задача 3. Доказать, что, если стороны треугольника образуют геометрическую прогрессию, то его высоты образуют геометрическую прогрессию.

Решение:

Пусть стороны треугольника a_1, a_1g, a_1g^2

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2}a \cdot h_a \Rightarrow h_a = \frac{2S_{\Delta}}{a_1}, h_b = \frac{2S_{\Delta}}{a_1g}, h_c = \frac{2S_{\Delta}}{a_1g^2}$$

h_a, h_b, h_c - образуют геометрическую прогрессию с $q_1 = \frac{1}{g}$

V. Сообщение ученика о числовых рядах.

В теоретических исследованиях и вычислительной практике находят широкое применение числовые ряды.

Что это такое?

Пусть задана последовательность $a_n, n \in \mathbb{N}$. Тогда последовательность $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ называется числовым рядом и обозначается

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots$$

Тригонометрические функции $\sin x, \cos x$ можно записать в виде суммы сменных рядов или разложить в ряд.

$$\sin x = x - \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{x^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{x^7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} + \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \frac{x^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{x^6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots$$

x – радианная мера угла.

VI. Итоги урока.

VII. Домашнее задание:

По учебнику “Алгебра 9 класс”. Автор Алимов.

- №481**, 482**, 483**;
- Подобрать интересные задачи на прогрессии.